

PLAN COMPLEXE

DEFINITION

Soit i un nombre imaginaire tel que : $i^2 = -1$

\mathbb{C} = ensemble des nombres $z = a + ib$
Où a et b sont des réels.

	Forme algébrique	Forme géométrique	Forme exponentielle et trigonométrique
	$a = \text{Re}[z]$ partie réelle $b = \text{Im}[z]$ partie imaginaire $z = a + ib$	<p>L'image de Z dans le plan complexe est un vecteur d'origine O d'abscisse a, d'ordonnée b Z est l'affixe de M</p>	$a = \rho \cdot \cos\theta$ $b = \rho \cdot \sin\theta$ $z = \rho \cdot (\cos\theta + i \sin\theta)$ $z = \rho \cdot e^{i\theta}$ formule d'Euler : $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$
Module et argument	Module : $\ z\ = \sqrt{a^2 + b^2}$ Argument : $\theta = \text{Arc cos} \frac{a}{\ z\ } = \text{Arc sin} \frac{b}{\ z\ }$	Module : C'est la longueur OM : $\rho = \sqrt{a^2 + b^2} = \ z\ $ Argument : $\text{Arg}(z) = \theta$	Module : ρ Argument : θ
Conjugué	Conjugué : $\bar{z} = a - ib$ Propriétés : $z + \bar{z} = 2a$ $z - \bar{z} = 2bi$ $z \cdot \bar{z} = \ z\ ^2 \dots\dots\dots \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{\ z\ ^2}$ $\overline{\bar{z}} = z$ $k\bar{z} = \overline{kz}$ $\overline{\bar{z} + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ $\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$	<p>Symétrie / axe des réels</p>	$\bar{z} = \rho e^{-i\theta}$ même module Arguments opposés Réel pur : $z = \bar{z}$ Imaginaire pur : $z + \bar{z} = 0$ $-1 = e^{i\pi}$ $i = e^{i\pi/2}$
Opposé	$-z = (-a) + i(-b)$	Symétrie / O	$-z = \rho e^{i(\theta + \pi)}$
Combinaisons	$z + z' = (a + a') + i(b + b')$	Addition vectorielle	$z + z' = \rho e^{i\theta} + \rho' e^{i\theta'}$
	$z \cdot z' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$	Module = $\rho \cdot \rho'$ Argument = $\theta + \theta'$	$z \cdot z' = \rho \rho' e^{i(\theta + \theta')}$